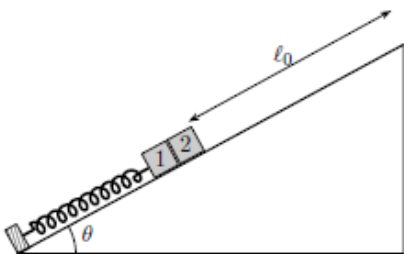


Catania, 12 Dicembre 2018

3 ore a disposizione

### Problema n.1

Su di un piano inclinato di un angolo  $\theta=35^\circ$  rispetto all'orizzontale sono posti (vedi figura) i corpi 1 e 2 aventi le masse  $m_1=1.50$  kg e  $m_2=4.00$  kg, rispettivamente. Il corpo 1 può scivolare liberamente con attrito trascurabile sul piano inclinato. Esso è agganciato all'estremo di una molla (ideale) di costante elastica  $k=1.86 \cdot 10^3$  N/m con l'altro estremo fissato al piano inclinato. Invece, il corpo 2 risente sia di attrito statico che dinamico: il coefficiente di attrito statico  $\mu_s$  è sufficiente da mantenerlo in equilibrio statico quando è posto in quiete sul piano inclinato; il coefficiente di attrito dinamico vale  $\mu_k=0.450$ . Come indicato in figura, il corpo 2 è ad una distanza  $\ell_0=80.0$  cm dalla sommità del piano inclinato. Nella disposizione di figura entrambi i corpi sono in equilibrio statico; il corpo 2, sebbene molto vicino al corpo 1, non è in contatto con esso. A partire da tale disposizione il corpo 1 viene spostato verso il basso (lungo il piano inclinato) di un  $\Delta\ell$  e, da fermo, lasciato andare, di modo che, risalendo, urti elasticamente contro il corpo 2. Sapendo che in seguito all'urto il corpo 2 raggiunge esattamente la sommità del piano inclinato, determinare lo spostamento iniziale  $\Delta\ell$  del corpo 1.



### Problema n.2

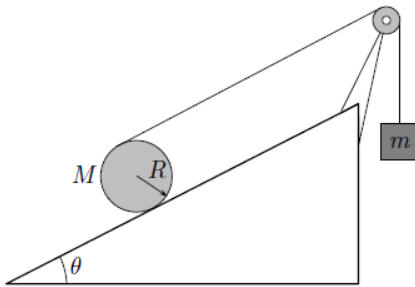
Un cilindro omogeneo di raggio  $R=20.0$  cm e massa  $M=15.0$  kg è posto su un piano che è inclinato di un angolo  $\theta=35^\circ$ . Come si vede dalla figura intorno al cilindro è avvolta una corda (di massa trascurabile ed inestensibile) all'altro capo della quale è appeso (tramite una piccola puleggia ideale) un corpo di massa  $m$ . Dapprima si supponga che il cilindro non scivoli sul piano inclinato. Determinare:

- il valore di  $m$ , nominato  $m_{eq}$ , in corrispondenza del quale il sistema è in equilibrio statico;
- l'accelerazione con cui scende il corpo di massa  $m$  nel caso in cui sia  $m=2m_{eq}$  ( $m_{eq}$  è la massa calcolata al punto a)).

Si supponga poi che il piano inclinato sia perfettamente liscio e che quindi non ci siano forze di attrito tra cilindro e piano di appoggio. In tali condizioni, calcolare:

- l'accelerazione con cui scende il corpo di massa  $m$  e l'accelerazione angolare del cilindro nel caso di  $m=2m_{eq}$  ( $m_{eq}$  è sempre la massa calcolata al punto a)).

[In tutti i casi supporre che la corda avvolta non slitti rispetto al cilindro.]



### Problema n.3

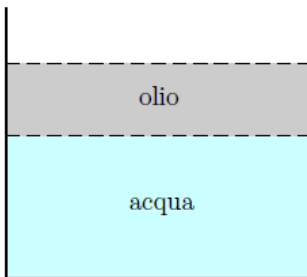
In un grande recipiente viene prima versata dell'acqua (indichiamo con  $\rho_0$  la sua densità) e poi dell'olio di densità  $\rho_1=0.8\rho_0$ . Essendo i due liquidi non miscibili e l'olio più leggero dell'acqua, l'olio, come mostrato in figura, forma uno strato omogeneo al di sopra dell'acqua. In queste condizioni, viene posta nel recipiente una sfera omogenea costituita da un materiale di densità  $\rho$ . A seconda che sia  $\rho=0.6\rho_0$  o  $\rho=0.85\rho_0$ , determinare:

- all'equilibrio dove si posiziona la sfera (riportare anche un disegno);
- le frazioni del suo volume rispettivamente immerse in acqua e olio.

Supporre poi che la sfera con  $\rho=0.85\rho_0$  venga tenuta ad una quota tale che risulti per metà immersa in acqua e per metà in olio e che venga tenuta in tale posizione tramite un filo ancorato al fondo del recipiente. Nell'ipotesi che la sfera abbia raggio pari a  $R=10.0$  cm, determinare:

- la tensione del filo che tiene la sfera in posizione.

[Supporre che il diametro delle sfere sia sempre minore degli spessori degli strati di acqua e olio]



### Problema n.4

Ad un gas ideale biatomico viene fatto seguire il ciclo reversibile costituito da un'espansione isobara ( $1 \rightarrow 2$ ), un'espansione adiabatica ( $2 \rightarrow 3$ ) e una compressione isoterma ( $3 \rightarrow 1$ ). Pressione e volume dello stato 1 sono  $p_1=3.00$  atm e  $V_1=30.0$  dm<sup>3</sup>; nello stato 3 il volume del gas è  $V_3=4V_1$ . Sapendo che il numero di moli di gas è  $n=3.00$  mol, e dopo aver disegnato il ciclo in un piano p-V, determinare:

- la temperatura  $T_2$  e il volume  $V_2$  del gas nello stato 2;
- il lavoro  $L$  prodotto dal gas nell'intero ciclo;
- il rendimento  $\eta$  del ciclo.

Catania, 13 Febbraio 2019

Per la prova in itinere svolgere i problemi 1, 2, 3 (tempo 2h)  
per la prova completa svolgere i problemi 1, 3, 4, 5 (tempo 3 h).

### Problema n.1

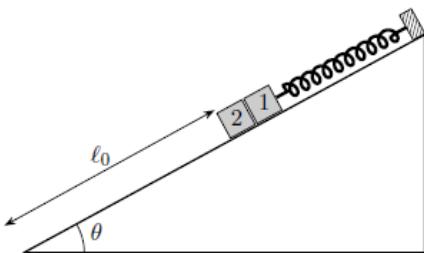
Una granata di massa  $m=2$  kg e dimensioni trascurabili è lanciata da  $O$  con velocità iniziale di modulo  $v_0=30$  m/s, ad un angolo  $\theta < 90^\circ$  rispetto all'asse  $x$ . Nel punto di massima altezza  $h=32$  m, la granata esplose in due frammenti A e B di massa  $m_A=m/4$  e  $m_B=3m/4$ . Immediatamente dopo l'esplosione, l'energia cinetica del frammento A vale  $E_{k,A}=600$  J, e le due componenti  $v_{Ax}$  e  $v_{Ay}$  della velocità sono positive. Il frammento tocca il suolo 6 s dopo l'esplosione.

Determinare:

- l'angolo  $\theta$  rispetto all'orizzontale di lancio della granata;
- la velocità del frammento B.

### Problema n.2

Su un piano inclinato di un angolo  $\theta=25^\circ$  sono poste (vedi figura) le masse  $m_1=1.00$  kg e  $m_2=3.00$  kg. La massa  $m_1$  è connessa ad una molla (ideale) di costante elastica  $k=7.50 \cdot 10^2$  N/m e può muoversi con attrito trascurabile sul piano inclinato. La massa  $m_2$  è inizialmente ferma sul piano inclinato (a causa dell'attrito) ad una distanza  $\ell_0=120$  cm dal punto più basso del piano inclinato e non è in contatto con  $m_1$ . Sia  $\mu_k=0.70$  il coefficiente di attrito dinamico tra  $m_2$  ed il piano inclinato. A partire da tale disposizione il corpo 1 viene spostato verso l'alto (lungo il piano inclinato) di una quantità  $\Delta\ell$  e, da fermo, lasciato andare, di modo che, scendendo, urti elasticamente  $m_2$ . In seguito all'urto  $m_2$  si mette in moto e raggiunge il punto più basso del piano inclinato con una velocità  $V=5.0$  m/s. Determinare lo spostamento iniziale  $\Delta\ell$  di  $m_1$ .



### Problema n.3

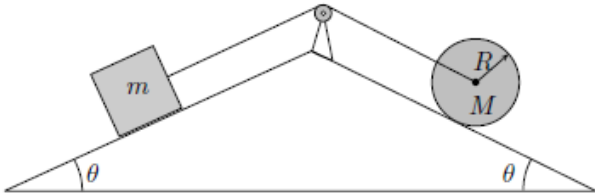
Un cilindro omogeneo di raggio  $R$  e massa  $M=20.0$  kg e un corpo di massa  $m$  sono posti sulle due falde di un doppio piano inclinato (vedi figura); entrambe le falde sono inclinate di uno stesso angolo  $\theta=30.0^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il centro di massa del cilindro è collegato al corpo per mezzo di una corda inestensibile ideale di massa trascurabile (la piccola puleggia in figura è da considerare ideale). L'attrito tra la massa  $m$  ed il piano inclinato è trascurabile, l'attrito tra la

massa  $M$  ed il piano inclinato è non trascurabile e garantisce che il cilindro non scivoli ma rotoli sul piano inclinato.

Determinare:

- il valore massimo della massa del corpo di sinistra,  $m_{eq}$ , in corrispondenza del quale il sistema è in equilibrio statico;
- l'accelerazione  $a$  con cui scende il corpo di sinistra quando la sua massa è pari a  $2m_{eq}$ .

[Suggerimento: dato che la corda è connessa al centro di massa del cilindro, si consideri che l'accelerazione del corpo di massa  $m$  e l'accelerazione del centro di massa del cilindro sono uguali]



#### Problema n.4

Due corpi celesti di masse, rispettivamente,  $m_1=3 \times 10^{34}$  kg e  $m_2=7 \times 10^{34}$  kg, distanti  $d=10^8$  m ruotano attorno al centro di massa con velocità angolare  $\omega$ .

- Calcolare il valore di  $\omega$ .
- Se una meteora passa per il centro di massa del sistema perpendicolarmente alla congiungente i centri dei due corpi, quale deve essere la minima velocità  $v_0$  perché possa sfuggire al loro campo gravitazionale?

#### Problema n.5

Due moli di gas ideale biatomico seguono un ciclo termodinamico composto da un riscaldamento isocoro reversibile (trasformazione  $A \rightarrow B$ ), un'espansione adiabatica irreversibile (trasformazione  $B \rightarrow C$ ) e una compressione isobara reversibile (trasformazione  $C \rightarrow A$ ). Nello stato iniziale  $A$  la temperatura del gas è  $T_A=290$  K, mentre nello stato  $C$  il suo volume è doppio di quello che ha nello stato  $A$  ( $V_C=2V_A$ ). La temperatura dello stato  $B$  è pari a  $T_B=720$  K. Dopo aver disegnato il ciclo in un piano  $p$ - $V$ , determinare:

- la temperatura del gas nello stato  $C$ , il calore scambiato e il lavoro compiuto dallo stesso nella trasformazione  $C \rightarrow A$ ;
- il lavoro compiuto dal gas e la sua variazione di entropia nella trasformazione  $B \rightarrow C$ .
- il rendimento  $\eta$  del ciclo.

Catania, 27 Febbraio 2019

Per la prova in itinere svolgere i problemi 1, 2, 3 (tempo 2h)  
per la prova completa svolgere i problemi 1, 3, 4, 5 (tempo 3 h).

**Problema n.1**

Un bambino fa girare una pietra legata ad un filo lungo  $l=1.5$  m su una circonferenza orizzontale posta a  $d=2.0$  m dal suolo con velocità angolare costante. La corda si spezza e la pietra viene proiettata orizzontalmente arrivando al suolo ad una distanza  $D=10$  m dal bambino. Quale era la velocità angolare della pietra prima della rottura del filo?

**Problema n.2**

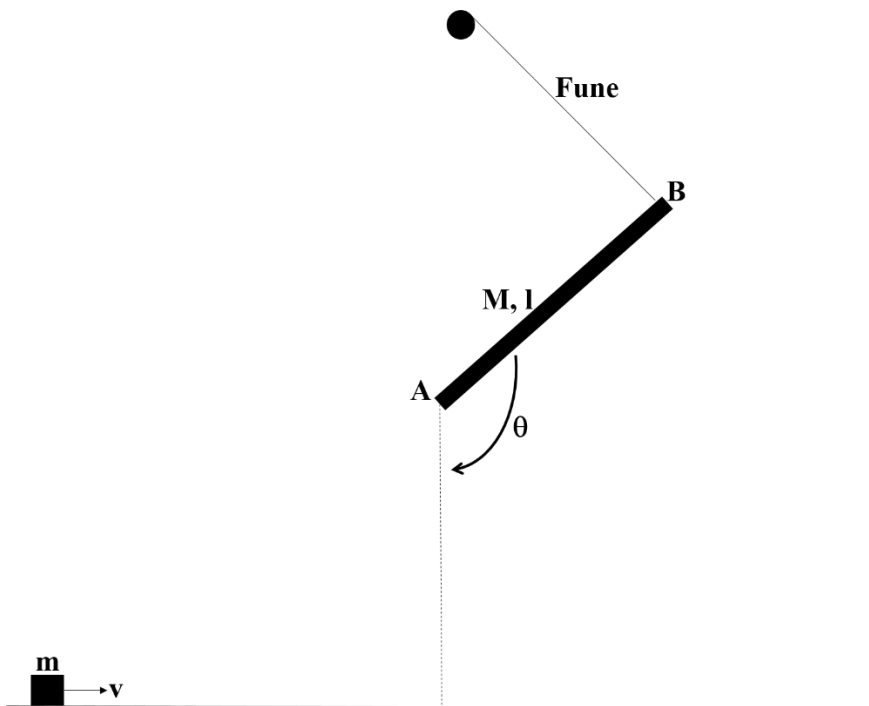
Una raffica di  $N=8$  pallottole di massa  $3.8$  g ciascuna viene sparata orizzontalmente con velocità  $v=1100$  m/s contro un grosso blocco di legno di massa  $M=12$  kg inizialmente a riposo su un piano orizzontale. Supponendo che tutte le pallottole si conficchino nel blocco di legno e che il blocco possa scivolare senza attrito sul piano orizzontale, se ne calcoli la velocità finale.

[Si supponga che le pallottole vengano sparate a frequenza tale che siano tutte in volo prima che comincino a colpire il blocco]

**Problema n.3**

Una sbarra sottile AB di lunghezza  $l=0.8$  m e massa  $M=15$  kg può ruotare senza attrito nel piano verticale attorno ad un perno fisso in A. Inizialmente la sbarra è mantenuta ferma all'angolo  $\theta=135^\circ$ , rispetto alla direzione verticale, per mezzo di una fune ideale (vedi figura). Successivamente si taglia la fune e quando la sbarra raggiunge l'angolo  $\theta=0^\circ$  il suo estremo B urta in modo completamente anelastico un corpo di dimensioni trascurabili, massa  $m=M/2$ , in moto lungo il piano orizzontale con velocità  $v=0.6$  m/s orientata nel verso opposto rispetto alla velocità della sbarra stessa. Determinare:

- il modulo della velocità angolare della sbarra per  $\theta=0^\circ$  (subito prima dell'urto con il corpo di massa  $m$ );
- modulo e verso della velocità angolare del sistema sbarra+corpo subito dopo l'urto;
- l'energia persa nell'urto.



#### Problema n.4

Un corpo di massa  $m$  viene lanciato dalla superficie terrestre lungo la verticale verso la Luna.

- Calcolare quale è la distanza dal centro della Terra a cui il corpo giunge con accelerazione nulla.
- Calcolare con quale velocità deve essere lanciato il corpo dalla superficie terrestre per raggiungere con velocità nulla la posizione calcolata al punto precedente.

[Si trascuri la resistenza dell'aria durante l'abbandono della superficie terrestre e si prenda come distanza media centro Terra-centro Luna  $D=3.8 \times 10^8$  m, raggio della Terra  $R_T=6371$  km, massa della Terra  $M_T=6.0 \times 10^{24}$  kg, massa della Luna  $M_L=7.3 \times 10^{22}$  kg].

#### Problema n.5

Consideriamo una macchina termica che lavori utilizzando una mole di gas perfetto monoatomico. Il gas si trova inizialmente alla pressione  $P_A=10^5$  Pa e temperatura  $T_A=500$  K e subisce le seguenti trasformazioni:

- isoterma reversibile dallo stato iniziale A allo stato finale B caratterizzato da  $V_B=2V_A$ ;
- adiabatica irreversibile dallo stato B allo stato C tale che  $V_C=3V_B$  e  $T_C=(\frac{1}{2})T_A$ ;
- isoterma reversibile fino ad un certo stato D;
- isobara reversibile dallo stato D allo stato iniziale A.

Calcolare:

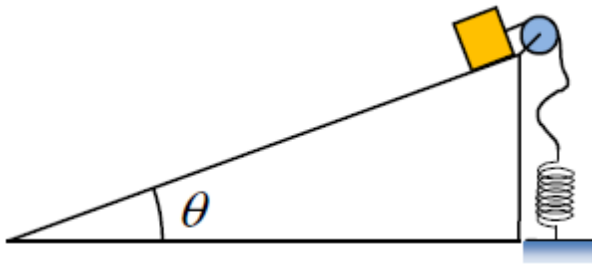
- il calore totale scambiato dal gas durante un ciclo;
- il rendimento del ciclo;
- la variazione di entropia del gas durante un ciclo e durante l'isoterma AB.

Per la prova in itinere (2 ore) svolgere i problemi: 3, 4, 5  
 Per la prova completa (3 ore) svolgere i problemi: 1, 2, 3, 4

**Problema n.1**

Un corpo di dimensioni trascurabili e massa  $m=4$  kg è tenuto fermo alla sommità di un piano liscio di lunghezza  $l=0.85$  m e inclinato di un angolo  $\theta=25^\circ$  rispetto all'orizzontale. Il corpo è collegato tramite un filo inestensibile di massa trascurabile ed una carrucola ideale ad una molla ideale di costante elastica  $k$  (vedi figura). Inizialmente il filo non è teso e la molla è in condizioni di riposo. Ad un certo istante si lascia il corpo libero di muoversi lungo il piano inclinato; dopo aver percorso un tratto di lunghezza  $d=0.4$  m il filo si tende parallelo al piano inclinato. Determinare:

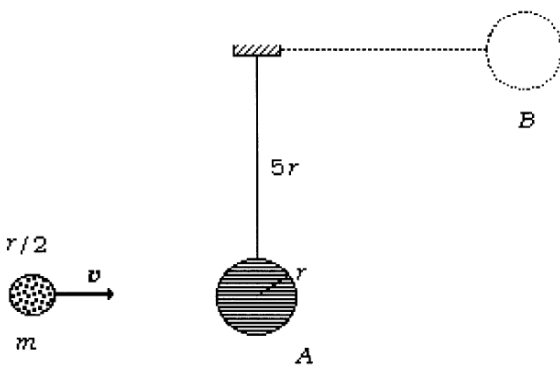
- a) il modulo e dell'accelerazione del corpo nell'istante in cui il filo si tende;
- b) il valore della costante elastica  $k$  sapendo che la massima estensione della molla è  $\Delta x_{max}=0.15$  m;
- c) il modulo e il verso della massima accelerazione  $\vec{a}_{max}$  risentita dal corpo sul piano inclinato.



**Problema n.2**

Una sferetta di raggio  $r/2$  (con  $r=10$  cm) urta orizzontalmente, frontalmente ed elasticamente con velocità  $v$  una seconda sferetta di raggio  $r$  e dello stesso materiale appesa in quiete al soffitto mediante un filo ideale di lunghezza  $l=5r$  (si veda la figura). Determinare:

- a) il valore di  $v$  affinché in seguito all'urto la sferetta inizialmente ferma raggiunga, fermandovisi istantaneamente, la posizione B;
- b) fissando la velocità  $v$  trovata al precedente punto, la velocità di rinculo  $v'$  della sfera di raggio  $r/2$ .



**Problema n.3**

Un sistema legato è formato da due stelle di masse, rispettivamente,  $m_1=1.5 \times 10^{34}$  kg e  $m_2=3.5 \times 10^{34}$  kg poste a distanza  $d=10^{10}$  m costante nel tempo e che interagiscono, esclusivamente, per interazione gravitazionale. Determinare:

- La velocità angolare di rotazione delle due stelle intorno al loro centro di massa;
- L'energia meccanica del sistema;
- Modulo, direzione e verso del momento angolare totale del sistema rispetto al centro di massa.

**Problema n.4**

Un cilindro adiabatico è chiuso da un pistone adiabatico di massa trascurabile che può scorrere con attrito trascurabile. Il cilindro contiene  $n=3$  moli di un gas perfetto monoatomico alla temperatura  $T_A=300$  K in equilibrio con la pressione esterna. Tramite una opportuna forza esterna, il gas viene compresso reversibilmente fino ad occupare un volume  $V_B=V_A/3$ . A questo punto il pistone viene bloccato, ed il cilindro viene messo in contatto termico (trasformazione irreversibile) con una sorgente alla temperatura  $T_C$ . Quando il gas ha raggiunto l'equilibrio termico con la sorgente, la sua pressione  $p_C$  è uguale a quella esterna. Infine, si toglie il contatto termico, si sblocca il pistone e, per mezzo di una espansione reversibile sempre in equilibrio con la pressione esterna (non adiabatica), si riporta il gas nello stato A. Dopo aver disegnato il ciclo effettuato dal gas in un piano p-V, determinare:

- il lavoro fatto dalla forza esterna durante la compressione reversibile.
- l'efficienza del sistema assumendo il cilindro come una macchina frigorifera;
- la variazione di entropia dell'universo nel ciclo.

**Problema n.5**

Una massa  $m_1=0.1$  kg di ghiaccio alla temperatura  $T_1=-10$  °C viene mescolata adiabaticamente con una massa  $m_2=0.2$  kg di vapor d'acqua a temperatura  $T_2=160$  °C a pressione atmosferica. Si dica quale sarà la composizione finale della miscela una volta raggiunto l'equilibrio termico (cioè, indicare la massa di ciascuno i componenti la miscela all'equilibrio termico). Si assumano per i calori specifici e i calori latenti i seguenti valori: calore specifico del ghiaccio  $c_{gh}=0.53$  cal/g °C, calore specifico dell'acqua  $c_{ac}=1$  cal/g °C, calore specifico del vapor d'acqua a pressione costante  $c_{va}=0.44$  cal/g °C, calore latente di condensazione del vapor d'acqua  $\lambda_{va}=540$  cal/g, calore latente di fusione del ghiaccio  $\lambda_{gh}=80$  cal/g.



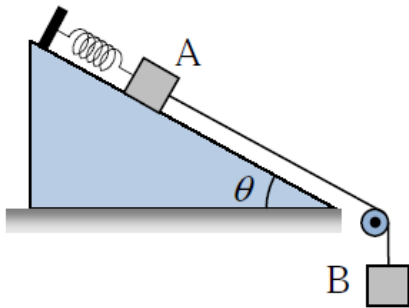
Per la prova in itinere (2 ore) svolgere i problemi: 3, 4, 5

Per la prova completa (3 ore) svolgere i problemi: 1, 2, 3, 4

### Problema n.1

Un corpo A di dimensioni trascurabili e massa  $m_A=5$  kg giace su un piano liscio inclinato di un angolo  $\theta=30^\circ$ . Il corpo è collegato verso l'alto ad una molla ideale parallela al piano, vincolata ad un estremo ed estesa di  $\Delta x=0.2$  m, e verso il basso ad una fune ideale, tesa parallelamente al piano (si veda la figura). All'altro estremo della fune, per mezzo di una carrucola ideale, è collegato un corpo B di massa  $m_B=3m_A$  soggetto alla forza peso. Inizialmente tutto il sistema è fermo. Ad un certo istante, si stacca la molla ed il sistema dei due corpi inizia a muoversi. Determinare:

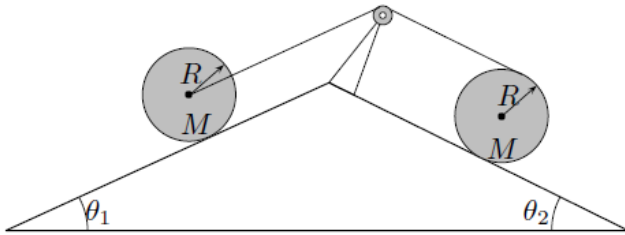
- il valore della costante elastica  $k$  della molla;
- l'altezza  $h$  di cui è sceso il corpo B quando il modulo della sua velocità è  $v=3$  m/s.



### Problema n.2

Due cilindri omogenei identici, di massa  $M=20.0$  kg e raggio  $R$  sono posti sulle due falde del doppio piano inclinato schematizzato in figura; gli angoli di inclinazione delle due falde sono rispettivamente  $\theta_1$  (falda di sinistra su cui si trova il cilindro 1) e  $\theta_2=30.0^\circ$  (falda di destra su cui si trova il cilindro 2). Intorno al cilindro di destra è avvolta una corda ideale (inestensibile e di massa trascurabile) il cui altro estremo, dopo essere passata per la piccola puleggia ideale in figura, è agganciato al centro di massa del cilindro di sinistra. Si assuma che la corda non possa slittare rispetto al cilindro su cui è avvolta e che entrambi i cilindri (sia in quiete che in moto) non possano mai scivolare rispetto ai piani di appoggio. Sapendo che i cilindri vengono lasciati andare (in quiete) dalla disposizione di figura, determinare:

- per quale valore di  $\theta_1$  i due cilindri rimangono in equilibrio statico;
- le accelerazioni con cui si muoverebbero i centri di massa dei due cilindri quando  $\theta_1=\theta_2=30.0^\circ$ , specificando le direzioni dei corrispondenti moti (si noti che l'accelerazione del centro di massa del cilindro 2 è la metà dell'accelerazione del centro di massa del cilindro 1);
- la tensione della corda nel caso precedente.



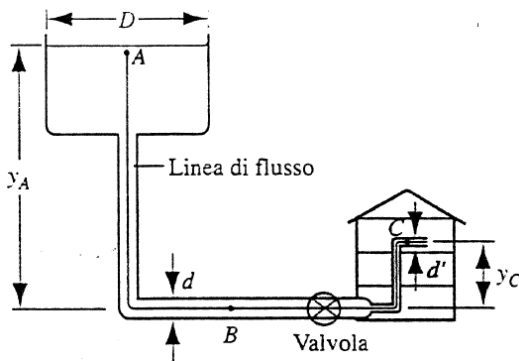
### Problema n.3

Una torre cisterna di altezza  $h=32$  m (rispetto al suolo) e diametro  $D=3.0$  m fornisce acqua all'impianto domestico di una casa (si veda la figura). Una tubazione orizzontale di diametro  $d=2.54$  cm che parte dalla base della torre deve essere in grado di alimentare la casa con una portata volumica  $R=0.0025$  m<sup>3</sup>/s.

a) Alla portata massima, quale sarà la pressione nel tratto orizzontale del tubo?

b) Un tubo più piccolo di diametro  $d'=1.27$  cm, rifornisce il terzo piano della casa a 7.2 m di altezza dal suolo. Quali sono la velocità e la pressione dell'acqua in questo tubo?

Trattare l'acqua come un fluido ideale.



### Problema n.4

Un cilindro adiabatico con asse verticale contenente  $n=2$  moli di un gas ideale biatomico è chiuso da un pistone adiabatico ideale di sezione  $S=0.25$  m<sup>2</sup>. Sopra al cilindro è appoggiato un sacco di sabbia di massa  $m=30$  kg, e la pressione dell'ambiente circostante il cilindro è  $p_{amb}=10^4$  Pa; in queste condizioni, il gas dentro al cilindro si trova in uno stato di equilibrio alla temperatura  $T_A=360$  K. Poi si toglie molto lentamente tutta la sabbia, finché il cilindro si porta in modo quasi statico in equilibrio con l'ambiente nello stato B. Mantenendo l'equilibrio con l'ambiente, si toglie lo strato isolante e si mette il cilindro in contatto termico con una sorgente alla temperatura  $T_A$  fino al raggiungimento di un nuovo stato di equilibrio C (trasformazione irreversibile). Infine, sempre mantenendo il contatto termico con la sorgente, si lascia cadere sopra al pistone un sacco di sabbia di massa  $m=30$  kg e il cilindro ritorna nello stato iniziale A (trasformazione irreversibile). Disegnare nel piano di Clapeyron il ciclo compiuto dal gas e determinare:

a) la temperatura  $T_B$  del gas in B;

b) il lavoro  $L_{ABC}$  compiuto dal gas nelle trasformazioni AB e BC;

c) la variazione di entropia  $\Delta S_{BC}$  dell'universo nella trasformazione BC.

### Problema n.5

Una massa  $m=50$  g di un gas ideale monoatomico è sottoposta ad una trasformazione isocora reversibile nella quale la temperatura aumenta di  $\Delta T=160$  K. Se la variazione di entalpia è  $\Delta H=8310$  J, dire di quale gas si tratta.

Per la prova in itinere (2 ore) svolgere i problemi: 3, 4, 5

Per la prova completa (3 ore) svolgere i problemi: 1, 2, 3, 4

### Problema n.1

Un pendolo semplice è costituito da una pallina di massa  $m=1$  kg sospesa ad un filo inestensibile, di massa trascurabile e lunghezza  $L$  (generica). Durante il moto di oscillazione della pallina è trascurabile ogni tipo di forza di attrito e si sa che nel punto più basso della sua traiettoria la pallina ha velocità  $v_0=(3gL)^{1/2}$ . Si calcoli il modulo della tensione del filo, durante il moto di oscillazione della pallina, quando questo forma un angolo  $\theta=15^\circ$  con la direzione orizzontale.

[Suggerimento: utilizzare il principio di conservazione dell'energia meccanica]

### Problema n.2

Un disco omogeneo di massa  $m=5$  kg e raggio  $R=0.35$  m rotola senza strisciare su un piano orizzontale; il modulo della velocità del suo centro di massa è  $v_{CM}=6$  m/s, ed il coefficiente d'attrito statico tra disco e piano vale  $\mu_s=0.15$ . Si vuole fermare il disco mediante un momento frenante di modulo  $M_f$  applicato sull'asse di rotazione del disco. Determinare:

- il valore  $M_{f,max}$  del modulo del massimo momento frenante per cui il moto del disco rimane di puro rotolamento;
- il tempo  $t$  impiegato dal disco a fermarsi se si applica il momento frenante di modulo  $M_{f,max}$ ;
- il lavoro  $W_f$  fatto dal momento frenante per fermare il disco.

### Problema n.3

Un pianeta di massa  $m=8 \times 10^{25}$  kg percorre un'orbita ellittica intorno ad una stella di massa  $M=5 \times 10^{30}$  kg. Sapendo che la minima distanza del pianeta dal centro della stella è  $R_1=2 \times 10^{11}$  m mentre la massima distanza è  $R_2=4 \times 10^{11}$  m, si calcoli il momento angolare (modulo, direzione e verso) del pianeta rispetto al centro della stella.

### Problema n.4

Un cilindro è chiuso da un pistone ideale che può scorrere senza attrito. Il cilindro contiene  $n$  moli di un gas ideale biatomico inizialmente allo stato A alla temperatura  $T_A=300$  K in equilibrio con la pressione esterna  $p_{ext}=p_A$ . Ad un certo istante, il cilindro viene messo repentinamente in contatto termico (trasformazione irreversibile) con un serbatoio alla temperatura  $T_B=360$  K finché raggiunge lo stato B alla temperatura  $T_B$  rimanendo in equilibrio con la pressione esterna; durante questa trasformazione, la variazione di entropia dell'universo termodinamico è pari a  $\Delta S_{U,AB}=1.367$  J/K. Successivamente, il cilindro viene isolato termicamente ed espanso molto lentamente (trasformazione reversibile) fino allo stato C diminuendo in modo molto graduale la pressione esterna; il lavoro compiuto dal gas in questa trasformazione è  $W_{BC}=7500$  J. Dopo aver bloccato il pistone, il gas viene repentinamente messo in contatto termico (trasformazione irreversibile) con un serbatoio alla temperatura  $T_D=T_A$  fino al raggiungimento dello stato di equilibrio D in cui la pressione del gas è  $p_D=10^5$  Pa. Infine, il gas viene riportato allo stato iniziale A per mezzo di una trasformazione isoterma reversibile. Dopo aver disegnato il ciclo in un piano p-V, determinare:

- il numero  $n$  di moli del gas;
- il volume  $V_B$  occupato dal gas nello stato B;

c) le coordinate termodinamiche volume  $V_0$ , e pressione  $p_0$  dello stato O comune alle trasformazioni BC e DA.

**Problema n.5**

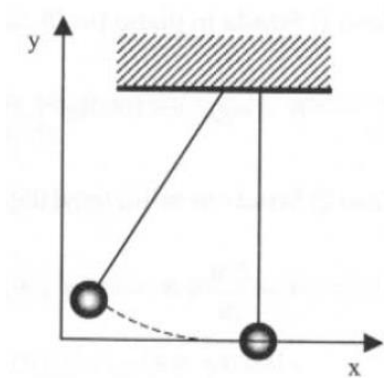
In una trasformazione isoterma reversibile di un gas ideale a temperatura  $T=600$  K la variazione del potenziale di Gibbs è  $\Delta G=-600$  J. Calcolare la variazione di entropia del gas e la quantità di calore scambiata dal gas con l'esterno.

Per la prova in itinere (2 ore) svolgere i problemi: 3, 4, 5

Per la prova completa (3 ore) svolgere i problemi: 1, 2, 3, 4

### Problema n.1

Due sfere sono sospese tramite due fili paralleli di uguale lunghezza in modo tale che siano in contatto tra loro. La massa della prima sfera sia  $m_1=0.4$  kg e quella della seconda sia pari a  $m_2=0.2$  kg. La prima sfera viene spostata dalla posizione di equilibrio, sempre mantenendo il filo teso, in modo tale che il suo centro di massa salga di 7.0 cm e viene in seguito lasciata libera di muoversi. A quale altezza risaliranno le due sfere dopo la collisione se l'urto è elastico?

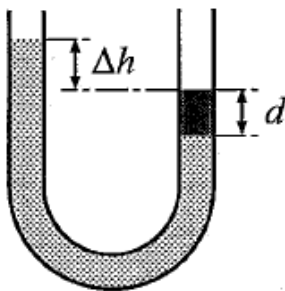


### Problema n.2

Un disco ed una sfera omogenei di pari raggio e massa, si muovono con velocità del centro di massa rispettivamente  $v_D$  e  $v_S$ , e si trovano a risalire un piano inclinato, rotolando senza strisciare. Determinare quanto vale il rapporto  $v_D/v_S$  affinché raggiungano la stessa quota  $h$ .

### Problema n.3

Si consideri un tubo ad U, aperto da entrambi i lati, contenente acqua. Successivamente si aggiunge, da un lato del tubo, del liquido immiscibile con l'acqua di densità incognita  $\rho_x$ . Il liquido forma una colonna alta  $d=4$  cm (si veda la figura). Sapendo che la differenza tra le quote delle superfici libere dei liquidi nei due rami è pari a  $\Delta h=6$  cm, si determini  $\rho_x$ . (densità acqua  $\rho_a=1$  g/cm<sup>3</sup>).



**Problema n.4**

Una mole di gas perfetto biatomico compie un ciclo motore reversibile ABCA costituito da una espansione isobara AB, una espansione adiabatica BC ed una compressione isoterma CA che chiude il ciclo. Sapendo che  $V_B/V_A=3$ , determinare:

- a) il grafico del ciclo nel diagramma pV
- b) il rendimento del ciclo.
- c) La variazione di entropia del gas in un ciclo.
- e) La variazione di entropia del gas nel ramo CA.

**Problema n.5**

Calcolare la variazione di energia libera (o potenziale di Helmholtz)  $\Delta F$  in una trasformazione reversibile isoterma di una mole di gas ideale alla temperatura  $T=300$  K, nella quale il volume del gas raddoppia.